

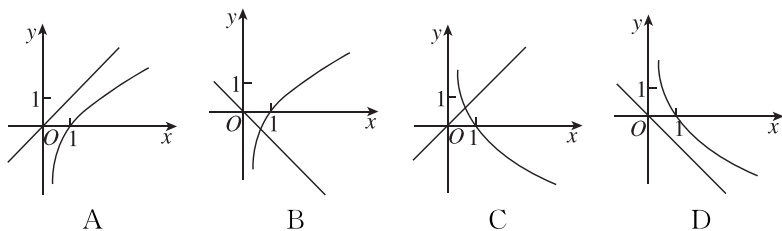
## 单元素养测评卷(一)

## 第四章

时间:120分钟 分值:150分

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $\log_3(\log_2 x) = 0$ ,那么 $x =$  ( )  
A. 1 B. 2  
C. 3 D. 4
2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1}, & x < 2, \\ \log_3(x^2 - 1), & x \geq 2, \end{cases}$ 则 $f[f(2)] =$  ( )  
A. 0 B. 1  
C. 2 D. 3
3. 下列函数中,既是幂函数又在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ( )  
A.  $y = 2x$  B.  $y = -x^3$   
C.  $y = 2^x$  D.  $y = \frac{1}{x}$
4. 已知集合 $A = \{x | \ln(x-2) > 0\}$ ,  $B = \{x | 2x^2 - 9x - 5 < 0\}$ ,则 $A \cap B =$  ( )  
A. (2,5) B. [2,5)  
C. [3,5) D. (3,5)
5. 当 $a > 1$ 时,函数 $y = \log_a x$ 和 $y = (1-a)x$ 的图象只可能是 ( )



6. [2024·湖南衡阳高一期末] 某种用保温材料制成的管道在单位长度上的热损失 $\Phi$ (单位:W/m)满足 $\Phi = \frac{2\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\ln r_2 - \ln r_1}$ ,其中 $r_1, r_2$ 分别为管道的内外半径(单位:mm), $t_1, t_2$ 分别为管道内外表面的温度(单位: $^{\circ}\text{C}$ ), $\lambda$ 为保温材料的导热系数(单位:W/(m· $^{\circ}\text{C}$ )).某工厂准备用这种管道传输 $250^{\circ}\text{C}$ 的高温蒸汽,根据安全操作规定,管道外表面温度应控制为 $50^{\circ}\text{C}$ ,已知管道内半径为60 mm,当管道壁的厚度为75 mm时, $\Phi = 150$  W/m,则当管道壁的厚度为120 mm时, $\Phi$ 约为(参考数据: $\log_3 2 \approx 0.63$ ) ( )

- A. 98 W/m B. 111 W/m  
C. 118 W/m D. 126 W/m
7. [2024·陕西榆林高一期末] 已知函数 $f(x) = (x^2 - 4x + m) \cdot (4^{\frac{x}{3}} - m - 1)$ 恰有3个零点,则整数 $m$ 的取值个数是 ( )  
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. 已知 $x_1$ 是方程 $x \cdot 3^x = 4$ 的根, $x_2$ 是方程 $x \cdot \log_3 x = 4$ 的根,则 $x_1 x_2 =$  ( )  
A. 16 B. 8  
C. 6 D. 4

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 下列各选项中值为1的是 ( )  
A.  $\log_2 6 \cdot \log_6 2$   
B.  $\log_6 2 + \log_6 4$   
C.  $(2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$   
D.  $(2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} - (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$
10. 已知实数 $a, b, c$ 满足 $a > b > 1 > c > 0$ ,则下列结论正确的是 ( )  
A.  $c^a > c^b$  B.  $\log_a c > \log_b c$   
C.  $\log_{\frac{1}{3}} a < a^{\frac{1}{3}}$  D.  $a^{\frac{2}{3}} < b^{\frac{2}{3}}$

11. 已知函数 $f(x) = |2^x - 1|$ ,且 $f(a) = m, f(b) = n (a < b)$ ,则下列说法正确的是 ( )  
A. 若 $m = n$ ,则 $2^a + 2^b = 2$   
B. 若 $m = n$ ,则 $a + b < 0$   
C. 若 $m > n$ ,则 $b > 1$   
D. 若 $m > n$ ,则 $b < 1$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 若 $f(x)$ 为偶函数,且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2x + \log_2(x+3)$ ,则 $f(-1) =$ \_\_\_\_\_.
13. [2024·湖北宜昌高一期末] 若函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 6x - 5)$ 在区间 $(3m-2, m+2)$ 上单调递增,则实数 $m$ 的取值范围为\_\_\_\_\_.
14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x < 0, \\ -x^2, & x \geq 0, \end{cases}$ 若 $f[f(a)] \leq 2$ ,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)计算:  
(1)  $\log_2 8 + 9^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{(-4)^2}$ ;  
(2)  $0.25^{\frac{1}{2}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \frac{1}{2} \lg 25 + \lg 2 - \log_2 9 \times \log_3 2$ .



16. (15分)据观测统计,某湿地公园内某种珍稀鸟类的现有只数为1000,并以平均每年8%的速度增加.
- (1)求两年后这种珍稀鸟类的大约只数;
  - (2)写出 $y$ (这种珍稀鸟类的只数)关于 $x$ (经过的年数)的函数关系式;
  - (3)经过多少年以后,这种鸟类的只数达到现有只数的3倍及以上?(结果为整数,参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010, \lg 3 \approx 0.4771$ )

17. (15分)[2024·浙江杭州高一期末]已知函数 $f(x) = 2^x + a$ .
- (1)若 $f(x)$ 的图象经过第一、二、三象限,求 $f(a)$ 的取值范围.
  - (2)当 $a = 0$ 时,是否存在实数 $m$ ,使得 $|mf(x) - 3| \leq f(x) - 1$ 对任意的 $x \in [2, +\infty)$ 恒成立?若存在,求出 $m$ 的取值范围;若不存在,说明理由.

18. (17分)已知函数 $f(x) = \frac{e^{2x} + a}{e^x}$ 是奇函数, $g(x) = \log_2(2^x + 1) - bx$ 是偶函数.
- (1)求 $a - b$ ;
  - (2)若对任意的 $t \in [-1, 2]$ ,不等式 $f(t^2 - 2t - 1) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立,求实数 $k$ 的取值范围.

19. (17分)已知函数 $f(x) = \log_a(4 - ax)$ ( $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ).
- (1)求函数 $f(x)$ 的定义域.
  - (2)是否存在实数 $a$ ,使函数 $f(x)$ 在区间 $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ 上单调递减且最大值为1?若存在,求出 $a$ 的值;若不存在,请说明理由.